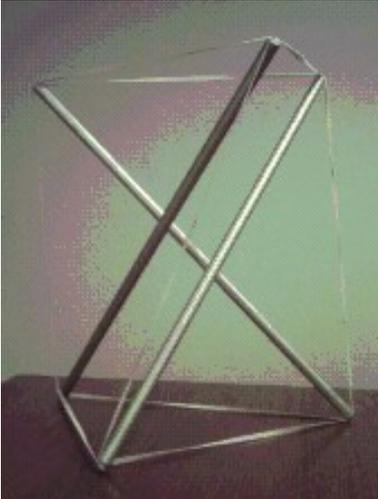


Tensegrity – Ein Unterrichtsprojekt für die Sekundarstufe II

Tensegrity ist ein englisches Kunstwort aus *tension*, also Spannung, und *integrity*, Ganzheit, Zusammenhalt. Es bezeichnet ein von Richard Buckminster Fuller und Kenneth Snelson erfundenes Tragwerkssystem, in dem sich Strukturen durch Druck und Zug selbst stabilisieren. Die zugehörigen flächenbezogenen Größen sind die Druckspannung und die Zugspannung.



Die räumlichen Gebilde bestehen aus starren Elementen (meist Stäbe, aber auch massive, dreidimensionale Körper), die untereinander mit Seilen verbunden sind. Dabei dürfen sich die starren Elemente (Druckglieder) nicht berühren. Ein bekanntes Beispiel ist das Speichenrad, das aus Nabe, Speiche (Zug) und Felge (Druck) besteht.

Das Thema Tensegrity eignet sich hervorragend für den Einsatz in fächerübergreifendem Unterricht/Projekten, weil vielfältige Zugänge in den verschiedensten Fächern wie Mathematik, Physik, Biologie, Kunst und Religion/Werte und Normen möglich sind und Tensegrity in vielen Bereichen von Natur und Technik vorkommt.

Immer wieder wird das gemeinsame Prinzip der Stabilisierung durch Druck und Zug sichtbar.

Das zweitägige Projekt in einer 12. Klasse beginnt mit Physik. Am Beispiel einer Stabbefestigung mit Seilen soll gezeigt werden, dass die Resultierende der drei Seilkräfte genau in Richtung des Stabes verläuft. In zwei Mathematikstunden werden die Kräfte mit Hilfe von Zylinderkoordinaten und Vektoren beschrieben. Über die Gleichgewichtsbedingung nach dem Newtonschen Trägheitsprinzip erhält man die Bedingung, bei der ein Tensegrity stabil ist. In der Biologie kann sowohl ein Bezug zum Aufbau bestimmter Zellstrukturen als auch zum Skelett samt Halteapparat hergestellt werden. Hier wird die Stabilisierung der Wirbelsäule durch Bänder und Muskeln modellhaft dargestellt. Im Fach bildende Kunst wird das Tensegrity als plastisches Objekt thematisiert. Am Ende des ersten Projekttag wird mit dem Bau einer Tensegrity-Plastik begonnen.

Der zweite Projekttag beginnt mit Religion/Werte und Normen. Das den hier betrachteten Objekten inne wohnende Wechselspiel aus Druck und Spannung kann durchaus auch philosophisch-ethisch interpretiert werden. Anschließend werden die Untersuchungen im

Fach Kunst fortgesetzt. Es folgt der zweite Teil der Montage der Tensegrity-Plastik. Im zweiten Physikteil soll über vergleichende Schwingungsmessungen die enorme Zugspannung ermittelt werden, unter der die Speichen beim Fahrrad stehen. Damit wird ein für die Schüler alltäglicher Gegenstand als Beispiel für eine Tensegrity-Struktur untersucht. Bevor die Tensegrity-Plastik fertiggestellt wird, erfolgen Überlegungen zur Darstellung des Projektes auf einem Plakat sowie eine Auswertung des Projektablaufes.

Stunde	Erster Projekttag	Stunde	Zweiter Projekttag
1	Physik I	1	Religion/Normen und Werte
2/3	Mathematik	2	Kunst II
4/5	Biologie	3/4	Bau der Tensegrity-Plastik
6	Kunst I	5	Physik II
7/8	Bau der Tensegrity-Plastik	6	Plakate; Auswertung
		7/8	Bau der Tensegrity-Plastik

Physik I (Holger Bach):

Newtonsche Prinzipien, Kräftegleichgewicht im Dreidimensionalen

Das Newtonsche Trägheitsprinzip besagt, dass ein Körper seinen Bewegungszustand beibehält, wenn keine äußeren Kräfte auf ihn wirken. Bei einem Tensegrity ist in jedem Endpunkt einer Stange die Summe der Kräfte null. Die Stangen können nur Druck-, die Seile nur Zugkräfte aufnehmen. In der Sekundarstufe I haben die Schüler die Addition von Kräften über das Kräfteparallelogramm kennengelernt. Selbst wenn mehr als zwei Kräfte wirkten, lagen die Kraftpfeile in einer Ebene. Gemäß $actio = reactio$ (Newtonsches Wechselwirkungsprinzip) ist die Gegenkraft der resultierenden Kraft entgegengesetzt. Die Kraftpfeile in den Endpunkten der Tensegrity-Stangen liegen nicht mehr in einer Ebene. Das Kräftegleichgewicht im Raum ist nachweisbar über

1. Zerlegung der Kräfte in einem kartesischen Koordinatensystem,

Gleichgewichtsbedingung in jeder einzelnen Koordinate, Einsatz der Trigonometrie,

2. vektorielle Darstellung der Kräfte und Einsatz der linearen Algebra.

Ziel: Die Schüler sollen die resultierende Kraft nach Betrag und Richtung von drei räumlich wirkenden Kräften nach der ersten Methode bestimmen.

Ein Gewicht hängt an drei Seilen. Die Seilkräfte werden mit Kraftmessern bestimmt. Um die Geometrie zu erfassen, werden die Koordinaten des Aufhängepunktes und die Koordinaten der oberen Enden der Kraftmesser abgelesen. Die Berechnung der Kraftkomponenten erfolgt anhand der Messung von einer der Schülergruppen für die erste Kraft gemeinsam, die beiden anderen Kräfte werden arbeitsteilig zerlegt. Am Ende werden wieder gemeinsam die Summen der Kraftkomponenten gebildet.

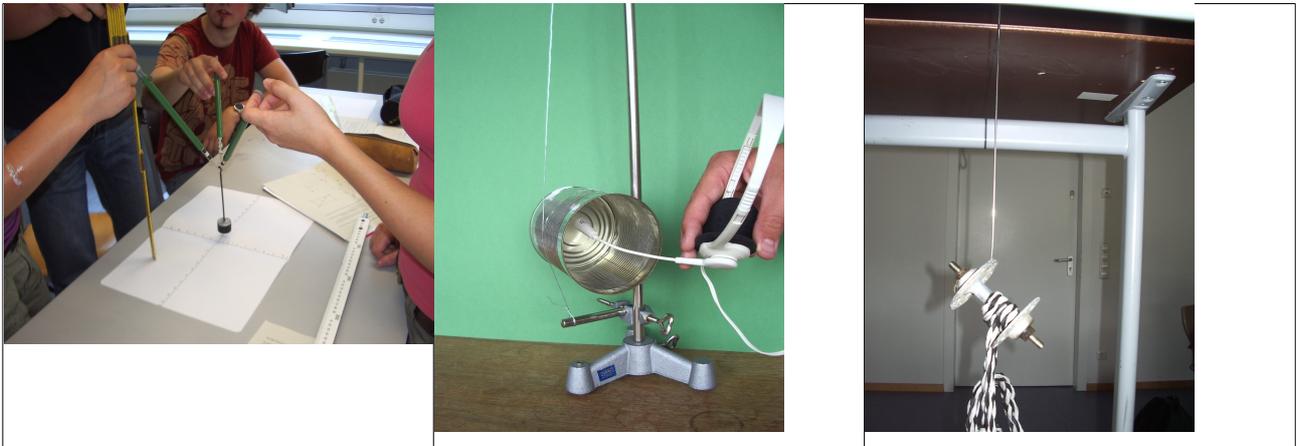
Physik II (Holger Bach):

Vergleichende Schwingungsmessungen zur Bestimmung der Zugkraft in Fahrradspeichen
Ein Speichenrad ist ein alltägliches Beispiel für eine Tensegrity-Struktur. Die Speichen stehen unter einer starken Zugspannung. Dabei werden bei einer Umdrehung des Rades die Speichen in gewissem Maß entlastet (unterhalb der Nabe) oder zusätzlich belastet (oberhalb der Nabe), ohne dass die Speichen ihre Vorspannung auch nur annähernd verlieren. Die Felge nimmt die Druckkräfte auf. Die Schüler sollen die Zugkraft in den Speichen über vergleichende Schwingungsmessungen bestimmen.

Zunächst machen sie sich mit der Software Audio Spectrum Analyzer ("Spectrum Lab") (<http://freenet-homepage.de/dl4yhf/spectra1.html>) vertraut, indem sie in Zweiergruppen das Frequenzspektrum eines schwingenden Drahtes aufnehmen. Im

Demonstrationsversuch wird das Frequenzspektrum und insbesondere die Grundfrequenz

einer Speiche in einem Vorderrad ermittelt. Eine aus dem Vorderrad ausgebaute Speiche wird nun aufgehängt und solange belastet, bis die angezupfte Speiche mit der vorher bestimmten Grundfrequenz schwingt. Aus der Größe der angehängten Massestücke erhält man die Zugkraft von 500 – 1000 N, was mit den Angaben eines Fahrradhändlers übereinstimmt.



Mathematik (Roland Schröder)

Didaktische Überlegungen

Das „einfachste Tensegrity“ soll mathematisch beschrieben und berechnet werden. Es handelt sich dabei um ein so genanntes Antiprisma, mit je einem gleichseitigen Dreieck als Grund- und als Deckfläche (Bild 1). Die Kanten des Prismas sind Schnüre, welche drei Stäbe (Bild 2) so verspannen, dass eine stabile Gesamtkonstruktion entsteht. Die mathematisch interessante Frage lautet: Wie müssen die beiden Dreiecke gegeneinander verdreht werden, damit ein in sich stabiles Objekt entsteht.

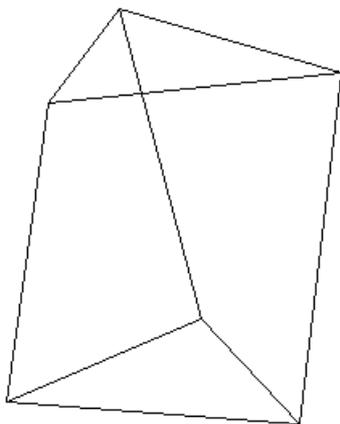


Bild 1

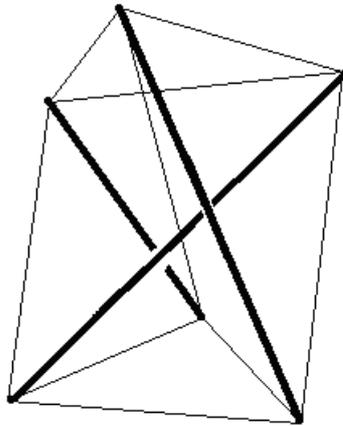


Bild 2

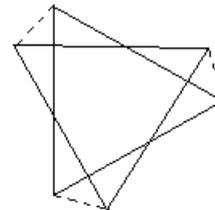


Bild 3

Zur Annäherung an die Lösung wird das Objekt zunächst im Grundriss betrachtet (Bild 3). Die Eckpunkte der beiden Dreiecke sind dabei Punkte auf einem Einheitskreis. Die sechs Eckpunkte des Antiprismas erhält man aus den Punkten im Einheitskreis durch Anfügen der dritten Koordinate (entweder 0 oder h). Bei einem stabilen Tensegrity müssen drei im gleichen Punkt angreifende Vektoren entlang der Schnüre (Zug) als Resultante den Vektor entlang eines Stabes erzeugen. Aus diesem Ansatz und der Tatsache, dass die Kräfte entlang der Dreiecksseiten gleich groß sind, ergibt sich mit Hilfe der Vektorrechnung der gesuchte Drehwinkel. Dieser ist von der Höhe h des Antiprismas unabhängig. Die Festlegung einer gewünschten Höhe des Tensegrity bedingt dann die Wahl der Längen der Schnurstücke und der Stablänge.

Methodische Überlegungen

Die Schüler erhalten ein Blatt mit mehreren Aufgaben, welche abzuarbeiten sind. Zur

Vermeidung aufwändiger Zwischenrechnungen wird das Computeralgebrasystem DERIVE eingesetzt.

1. Aufgabe: Benennung der 6 Eckpunkte des Tensegrity, drei davon in Abhängigkeit von der Bogenlänge der Drehung x .
2. Bestimmung der Unbekannten x aus der Komplanarität dreier Vektoren (siehe oben).
3. Bestimmung der Stablänge und der Schnurlängen in Abhängigkeit von der Höhe h .

Kunst (Kay Schröter)

Tensegrity Struktur in den Bereichen

1. Plastik, 2. Architektur und 3. Intermedia

1. „Fragt man mich, was stellt dieses Werk vor? So antworte ich ihm: das ist Skulptur.“, meinte schon Auguste Rodin. Gleich ihm erkannten auch andere Bildhauer um 1900 die Autonomie der bildnerischen Elemente. Diese lassen sich am Beispiel von Tensegrity-Strukturen der Künstler Karl Jorganson, Kenneth Snelson und des Architekten R.

Buckminster Fuller analysieren. Es sind – künstlerisch betrachtet – abstrakte Werke, bei denen ein Naturvorbild vordergründig nicht erkennbar ist. Sie bezeichnen keinen Stil, sondern einen Darstellungsmodus, der in Anlehnung an ein Wort Paul Cézannes „parallel zur Natur“ existiert. Es ist charakterisierend, dass abstrakte Plastiken oft den Dialog zur Natur suchen und deshalb im Außenraum als Freiplastiken präsentiert werden.

2. Bei Konstruktionen großer Spannweiten oder Höhen ist die Reduktion des Eigengewichts ein ökonomischer Zwang und auch Voraussetzung für die Realisierbarkeit einer Lösung. Hier kommen die Tensegrity-Tragstrukturen zum Einsatz, die aus einem kontinuierlichen System von Zugelementen und einem diskontinuierlichen Subsystem von Druckelementen bestehen. Buckminster Fuller erkannte das Potential der künstlerischen Plastiken und entwickelte eine Reihe von architektonischen Basissystemen. Beispiele hierfür sind die geodätischen Kugeln oder das Wichita House (1927). Heute hat sich diese Konstruktionstechnik etabliert. Sie wurde u. a. von David H. Geiger weiter entwickelt. Ein Beispiel hierfür ist der Georgia Dome Atlanta (1992).

3. Tensegrity-Strukturen regen die Kreativität an. Visionen über künftige Architekturprojekte lassen sich (er)finden. Künstler setzen sich mit Hilfe der neuen Medien mit solchen Gedanken auseinander, indem sie Computeranimationen und –simulationen erstellen.

Im Unterricht sollen diese Aspekte besprochen und teilweise analysiert werden, um letztlich die Voraussetzung für die Realisierung eines Kunstobjektes zu schaffen, welches alle Aspekte in sich vereint.

Biologie (Eckhard Pohl)

Einstieg: „Da Körpergewebe stets aus dem Material besteht, das für seine Aufgaben besonders geeignet ist, kann man aus der Beschaffenheit der Wirbelsäulenbandscheiben schließen, dass diese, entgegen landläufiger Meinung, hauptsächlich Zugbelastung und weniger Druckbelastungen standhalten müssen“. (Wikipedia)

Problemstellung: Wenn dies stimmt, muss die Wirbelsäule das Körpergewicht weitgehend ohne Belastung der Bandscheibe tragen können. >> Stundenfrage: Kann die Wirbelsäule das Körpergewicht ohne Belastung der Bandscheiben tragen?

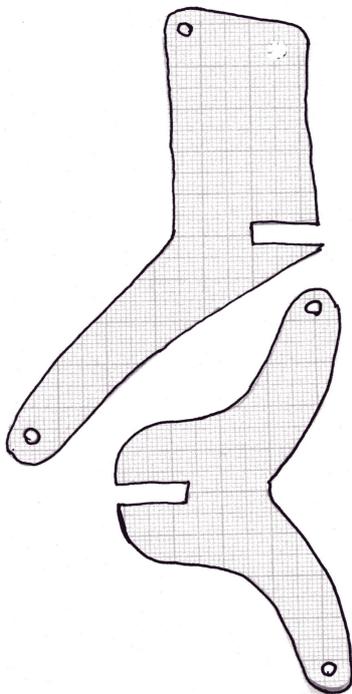
Ansatz zur Problemlösung/Aufgabe: Die Ansatzstellen der Muskeln, Sehnen, Bänder und Fascien bilden im Prinzip ein Tetraeder. Mit Hilfe von Wirbelmodellen aus Sperrholz,

Gummibändern (Muskeln) und Bindfäden (Bänder, Sehnen, Fascien) soll untersucht/gezeigt werden, ob/dass das Wirbelsäulemodell bei Anwendung des Tensegrity-Prinzips stabil ist, d.h. ob/dass die Wirbel frei schweben.

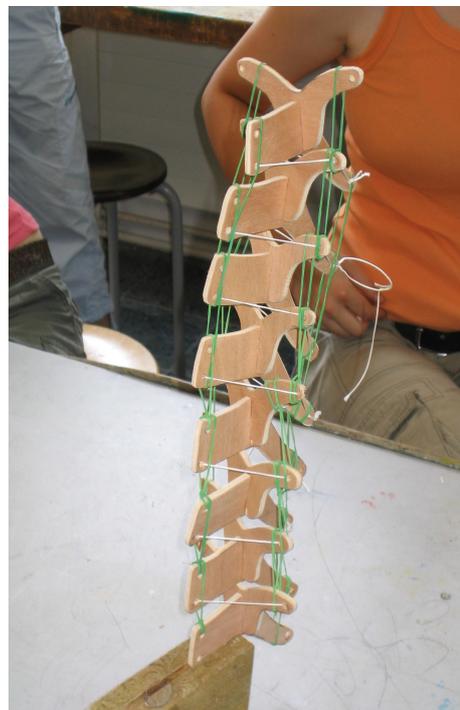
Durchführung: Die Schüler fertigen nach Vorlagen mit Laubsägen aus Sperrholz Wirbelmodelle. Der unterste Wirbel wird zur Stabilisierung auf einen Holzklötz geleimt. Sodann werden die Wirbel im Sinne des Tensegrity-Prinzips mit Bindfäden bzw. Gummibändern verbunden.

Ergebnis: Das Wirbelsäulenmodell ist tragstabil und gleichzeitig beweglich; zwischen den Wirbeln, wo sich normalerweise die Bandscheiben befinden, ist ein Abstand von mehreren Millimetern.

Konsequenzen: Aus diesen Ergebnissen ergeben sich erhebliche medizinische Konsequenzen für die Ursachen und die Therapie von Rückenschmerzen, die mit den SuS zu diskutieren sind.



Wirbelmodell (Schnittmuster)



Wirbelsäulenmodell (Schülerarbeit)

Normen und Werte (Anne Kohlrautz)

Didaktische Überlegungen

Spannung durch Druck und Zug – Stabilität durch ausgewogene Spannung

Dieses System ist auf einen großen Teil der zwischenmenschlichen Verhaltensweisen anzuwenden. Ohne ein ausgewogenes System gerät gesellschaftliches Leben aus den Fugen. Es ist Grundlage für die Entwicklung und Einhaltung von moralischen, gesetzlichen, ethischen und religiösen Grundsätzen unseres Daseins.

Methodische Überlegungen

Zunächst soll den Schülerinnen und Schülern anhand des Beispiels *Erziehung eines Kindes* gezeigt werden, dass es auch Druck-Zug-Systeme gibt, die außerhalb der berechenbaren, konstruierbaren existieren. Sie sollen dann in Gruppen ein aus vier exemplarischen Bereichen ausgewähltes Thema auf Stabilität durch ausgewogene

Spannung untersuchen und ihre Ergebnisse aufzeichnen/aufschreiben, um sie der Klasse vorzustellen und – soweit zeitlich möglich – mit allen zu erörtern.

- Thema 1 Gewalt und Friedfertigkeit – Macht ausüben
- Thema 2 Medizin (allg. Wissenschaft) und Ethik – Ist alles erlaubt, was möglich ist?
- Thema 3 Recht und Gerechtigkeit – Rechtsgehorsam und Widerstand
- Thema 4 Wirtschaft und Gewissen – Gewinnorientierung und Moral

Religion (Frauke Stindt)

Die Schülerinnen und Schüler sollen das Zusammenwirken der Kräfte Druck und Zug auf eine ganz andere Ebene übertragen, eine Ebene, auf der Transzendenz (Allmacht Gottes) und Immanenz (Gottes Wirken auf Erden und das menschliche Sein) zusammen kommen. Bekannte Textstellen aus der Bibel wie z.B. die Schöpfungsgeschichte, das Geschehen am Sinai oder das Doppelgebot der Liebe sollen den Schülern als Hilfe und Orientierung dienen bei der Reflexion der Beziehung Gott - Mensch. Das Ziel dieser Vorgehensweise soll es sein, dass die Schüler erkennen, dass sich durchaus Parallelen finden lassen, die Größe Gottes sich jedoch einer menschlich-physikalischen Berechnung entzieht. Bei dem einfachsten Tensegrity-Modell (drei Stäbe, die untereinander mit Seilen verbunden sind) können Parallelen zum Beziehungsgeflecht der Menschen untereinander hergestellt werden. Je mehr gleichmäßiger Druck und Zug (geben und nehmen oder lieben und geliebt werden) vorhanden ist, desto stabiler ist das Gebilde (zwischenmenschliche Beziehungen). Zerstört man ein Seil zwischen den Stäben, fällt alles in sich zusammen. Sollte einer der drei Stäbe Gott darstellen, zeigt sich eine Grenze der Übertragbarkeit. Den Schülern sollte hier jetzt deutlich werden, dass Gott keine Beziehung abbricht bzw. zerstört, sondern dies nur der Mensch tut - mit entsprechend weitreichenden Folgen. Hinzu kommt, dass bei drei gleichgroßen Stäben die Proportionen in der Beziehung Gott - Mensch nicht stimmen. Es ist ja gerade die Größe Gottes, die den Menschen hält, und sein grenzenloses Wirken, das menschliches Denken übersteigt. Vor diesem Hintergrund ist es sehr fraglich, ob - im übertragenen Sinne - das Tensegrity-Modell einstürzen würde.

Die Plastik (Klasse 12 mn2)



Die Plastik wird aus HT-Ablussrohren (1,9 m lang, 70 mm Durchmesser) hergestellt, die mit Seilen aus Dyneema (180 daN Belastbarkeit bei nur 1,3 mm Durchmesser) verspannt werden. Schellen an den Enden der Rohre verleihen den Seilbefestigungen die erforderliche mechanische Stabilität. Die Rohre wurden zuvor hochglänzend feuerrot gestrichen. Bei der Wahl dieser Materialien berücksichtigten wir

- das Gewicht und die Biegesteifigkeit der Rohre - verbunden mit dem ästhetischen Aspekt, der durch das Verhältnis Länge/Durchmesser bestimmt ist,
 - den Einsatz modernster Materialien (Dyneema ist eine hochfeste Polyethylen-Faser). Durch die nahezu unsichtbaren Seile wird der unwirklich scheinende Schwebestand der Rohre verstärkt.
 - Kontrastwirkung der Plastik vor dem Gebäudehintergrund, der aus Beton und Aluminiumverblendungen besteht.
- Der Aufbau erfolgt liegend modular. Vier „Grundtensegritys“ werden nacheinander durch je drei Rohre verbunden. Anschließend wird die Plastik aufgerichtet und verankert.